

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«КАРАЧАЕВО-ЧЕРКЕССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ У.Д. АЛИЕВА»

Физико-математический факультет

Кафедра алгебры и геометрии

УТВЕРЖДАЮ

И. о. проректора по УР

М. Х. Чанкаев

«29» мая 2024 г., протокол № 8

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

ДИОФАНТОВЫ УРАВНЕНИЯ

наименование дисциплины (модуля)

Направление подготовки

01.03.02 Прикладная математика и информатика

(шифр, название направления)

Направленность (профиль) подготовки

Общий профиль: прикладная математика и информатика

Квалификация выпускника

бакалавр

Форма обучения

Очная

Год начала подготовки - **2024**

Карачаевск, 2024

**КОМПЕТЕНЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ
«ДИОФАНТОВЫ УРАВНЕНИЯ»**

Код компетенций	Содержание компетенции в соответствии с ФГОС ВО/ ОП ВО	Индикаторы достижения компетенций
ПК-1.	ПК-1. Способен собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным исследованиям	ПК-1.1. Знает методологию научных исследований, основные научные понятия и проблемы, существующие в своей профессиональной деятельности ПК-1.2. Умеет самостоятельно анализировать и решать научные, научно-исследовательские задачи в области прикладной математики и ее приложений, а также компьютерных технологий ПК-1.3. Владеет навыками сбора и работы с источниками научной информации.
ПК-2.	Способен понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	ПК-2.1. Знает принципы построения и методы исследования математических моделей объектов различной природы. ПК-2.2. Умеет использовать и модифицировать существующие математические методы для решения прикладных задач. ПК-2.3. Владеет навыками использования математического аппарата при решении прикладных задач.

**ТЕСТОВЫЙ МАТЕРИАЛ ДЛЯ ДИАГНОСТИКИ ИНДИКАТОРОВ
ОЦЕНИВАНИЯ СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ**

№ задания	Правильный ответ	Содержание вопроса	Компетенция
ЗАДАНИЯ ОТКРЫТОГО ТИПА НА ДОПОЛНЕНИЕ			
1		Допишите утверждение. Диофантово уравнение - это уравнение, решение которого ищется в ...	ПК-2 ПК-1
2		Допишите утверждение. Основной метод нахождения решений линейного диофантова уравнения - это ...	ПК-2 ПК-1
3		Допишите утверждение. Если уравнение имеет решение, то оно имеет бесконечно много решений, которые можно выразить через ...	ПК-2 ПК-1
4		Дополните утверждение. Линейные диофантовы уравнения имеют решение, если ... делит свободный член.	ПК-1 ПК-2
5		Допишите определение. Для квадратных диофантовых уравнений, таких как $x^2 + y^2 = z^2$, ... может быть использован для нахождения целых решений.	ПК-2 ПК-1
ЗАДАНИЯ ОТКРЫТОГО ТИПА СВОБОДНОГО ИЗЛОЖЕНИЯ С РАЗВЕРНУТЫМ ОТВЕТОМ			
6		Запишите развернутый ответ на вопрос. Найдите все целые решения уравнения: $x^2 - y^2 = 15$.	ПК-2 ПК-1
7		Запишите развернутый ответ на вопрос Существует ли целое решение уравнения $6x + 9y = 20$?	ПК-2 ПК-1

8		Запишите развернутый ответ задачи. Решите уравнение: $3x + 5y = 1$.	ПК-2 ПК-1																														
9		Запишите развернутый ответ на вопрос. Решите уравнение: $7x + 11y = 5$.	ПК-2 ПК-1																														
10		Запишите развернутый ответ на вопрос Решите уравнение $x^2 + 3y^2 = 7$	ПК-2 ПК-1																														
11		Запишите развернутый ответ на вопрос Решите уравнение $x^2 - 2y^2 = 3$	ПК-1 ПК-2																														
ЗАДАНИЯ ЗАКРЫТОГО ТИПА НА УСТАНОВЛЕНИЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ																																	
12		Постройте последовательность Установите правильную последовательность шагов для решения линейного диофантова уравнения $ax + by = c$ 1. Найти НОД(a, b). 2. Проверить, делится ли c на НОД(a, b). 3. Найти одно частное решение. 4. Записать общее решение Запишите соответствующую последовательность правильности следования условий в виде цифр слева направо	ПК-2 ПК-1																														
13		Установите последовательность Решите диофантово уравнение $ax + by = c$, где $a = 5$, $b = 3$, $c = 1$. Найдите одно из целочисленных решений и запишите последовательность решений. Запишите соответствующую последовательность правильности следования условий в виде цифр слева направо	ПК-2 ПК-1																														
ЗАДАНИЯ ЗАКРЫТОГО ТИПА НА УСТАНОВЛЕНИЕ СООТВЕТСТВИЯ																																	
14		Установите соответствие между методами решения диофантовых уравнений и их описаниями <table border="1"><tr><td>А</td><td>Метод факторизации</td><td>1</td><td>Используется для поиска решений через деление на множители.</td></tr><tr><td>Б</td><td>Метод подбора</td><td>2</td><td>Использует деление с остатком для нахождения решений.</td></tr><tr><td>В</td><td>Метод Евклида</td><td>3</td><td>Позволяет находить все целые решения уравнения</td></tr><tr><td>Г</td><td>Метод остаточных классов</td><td>4</td><td>Применяется для нахождения решений через параметры.</td></tr><tr><td>Д</td><td>Метод параметрического представления</td><td>5</td><td>Заключается в переборе возможных значений.</td></tr></table> Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами <table border="1"><tr><td>А</td><td>Б</td><td>В</td><td>Г</td><td>Д</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>	А	Метод факторизации	1	Используется для поиска решений через деление на множители.	Б	Метод подбора	2	Использует деление с остатком для нахождения решений.	В	Метод Евклида	3	Позволяет находить все целые решения уравнения	Г	Метод остаточных классов	4	Применяется для нахождения решений через параметры.	Д	Метод параметрического представления	5	Заключается в переборе возможных значений.	А	Б	В	Г	Д						ПК-2 ПК-1
А	Метод факторизации	1	Используется для поиска решений через деление на множители.																														
Б	Метод подбора	2	Использует деление с остатком для нахождения решений.																														
В	Метод Евклида	3	Позволяет находить все целые решения уравнения																														
Г	Метод остаточных классов	4	Применяется для нахождения решений через параметры.																														
Д	Метод параметрического представления	5	Заключается в переборе возможных значений.																														
А	Б	В	Г	Д																													
15		Установите соответствие между уравнениями и их решениями <table border="1"><tr><td>А</td><td>$2x^2 + y^2 = 10$</td><td>1</td><td>(2, 1)</td></tr><tr><td>Б</td><td>$3x^2 + 2y^2 = 14$</td><td>2</td><td>(1, 2)</td></tr><tr><td>В</td><td>$x^2 + y^2 = 13$</td><td>3</td><td>Нет целых решений</td></tr></table> Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами <table border="1"><tr><td>А</td><td>Б</td><td>В</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td></tr></table>	А	$2x^2 + y^2 = 10$	1	(2, 1)	Б	$3x^2 + 2y^2 = 14$	2	(1, 2)	В	$x^2 + y^2 = 13$	3	Нет целых решений	А	Б	В				ПК-2 ПК-1												
А	$2x^2 + y^2 = 10$	1	(2, 1)																														
Б	$3x^2 + 2y^2 = 14$	2	(1, 2)																														
В	$x^2 + y^2 = 13$	3	Нет целых решений																														
А	Б	В																															

16	Установите соответствие между диофантовыми уравнениями и их свойствами <table><tr><td>А</td><td>$x^2 - y^2 = k$</td><td>1</td><td>всегда имеет целочисленные решения для целого k</td></tr><tr><td>Б</td><td>$5x + 7y = 2$</td><td>2</td><td>может быть решено методом непрерывного спуска</td></tr><tr><td>В</td><td>$x^2 + y^2 = z$</td><td>3</td><td>решается с использованием метода подбора</td></tr><tr><td>Г</td><td>$2x - 3y = 4$</td><td>4</td><td>не имеет решений, если k нечетное</td></tr></table> Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами <table><tr><td>А</td><td>Б</td><td>В</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td></tr></table>	А	$x^2 - y^2 = k$	1	всегда имеет целочисленные решения для целого k	Б	$5x + 7y = 2$	2	может быть решено методом непрерывного спуска	В	$x^2 + y^2 = z$	3	решается с использованием метода подбора	Г	$2x - 3y = 4$	4	не имеет решений, если k нечетное	А	Б	В				ПК-2 ПК-1		
А	$x^2 - y^2 = k$	1	всегда имеет целочисленные решения для целого k																							
Б	$5x + 7y = 2$	2	может быть решено методом непрерывного спуска																							
В	$x^2 + y^2 = z$	3	решается с использованием метода подбора																							
Г	$2x - 3y = 4$	4	не имеет решений, если k нечетное																							
А	Б	В																								
17	Установите соответствие между методами решения уравнений и их яркими примерами <table><tr><td>А</td><td>Метод непрерывного спуска</td><td>1</td><td>Решение уравнения $x^2 - 2y^2 = 1$</td></tr><tr><td>Б</td><td>Метод цепных дробей</td><td>2</td><td>Решение уравнения $3x + 5y = 9$</td></tr><tr><td>В</td><td>Метод подбора</td><td>3</td><td>Решение уравнения $x^2 + y^2 = 5$</td></tr><tr><td>Г</td><td>Метод сравнения</td><td>4</td><td>Решение уравнения $x^2 - y^2 = 1$</td></tr></table> Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами <table><tr><td>А</td><td>Б</td><td>В</td><td>Г</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>	А	Метод непрерывного спуска	1	Решение уравнения $x^2 - 2y^2 = 1$	Б	Метод цепных дробей	2	Решение уравнения $3x + 5y = 9$	В	Метод подбора	3	Решение уравнения $x^2 + y^2 = 5$	Г	Метод сравнения	4	Решение уравнения $x^2 - y^2 = 1$	А	Б	В	Г					ПК-2 ПК-1
А	Метод непрерывного спуска	1	Решение уравнения $x^2 - 2y^2 = 1$																							
Б	Метод цепных дробей	2	Решение уравнения $3x + 5y = 9$																							
В	Метод подбора	3	Решение уравнения $x^2 + y^2 = 5$																							
Г	Метод сравнения	4	Решение уравнения $x^2 - y^2 = 1$																							
А	Б	В	Г																							
18	Установите соответствие между утверждениями <table><tr><td>А</td><td>$x^2 - 2y^2 = 1$</td><td>1</td><td>уравнением Пелля</td></tr><tr><td>Б</td><td>$x^3 - y^3 = 1$</td><td>2</td><td>уравнением Маркова</td></tr><tr><td>В</td><td>$x^2 + y^2 + z^2 = 3xyz$</td><td>3</td><td>уравнением Каталана</td></tr></table> Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами <table><tr><td>А</td><td>Б</td><td>В</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td></tr></table>	А	$x^2 - 2y^2 = 1$	1	уравнением Пелля	Б	$x^3 - y^3 = 1$	2	уравнением Маркова	В	$x^2 + y^2 + z^2 = 3xyz$	3	уравнением Каталана	А	Б	В				ПК-2 ПК-1						
А	$x^2 - 2y^2 = 1$	1	уравнением Пелля																							
Б	$x^3 - y^3 = 1$	2	уравнением Маркова																							
В	$x^2 + y^2 + z^2 = 3xyz$	3	уравнением Каталана																							
А	Б	В																								
19	Установите соответствие между диофантовыми уравнениями и их типами <table><tr><td>А</td><td>$ax + by = c$</td><td>1</td><td>Уравнение Пифагора</td></tr><tr><td>Б</td><td>$x^2 + y^2 = z^2$</td><td>2</td><td>Линейное диофантово уравнение</td></tr><tr><td>В</td><td>$x + y = z$</td><td>3</td><td>Уравнение с двумя переменными</td></tr><tr><td>Г</td><td>$x^2 - y^2 = c$</td><td>4</td><td>Уравнение разности квадратов</td></tr></table> Запишите выбранные цифры под соответствующими буквами <table><tr><td>А</td><td>Б</td><td>В</td><td>Г</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>	А	$ax + by = c$	1	Уравнение Пифагора	Б	$x^2 + y^2 = z^2$	2	Линейное диофантово уравнение	В	$x + y = z$	3	Уравнение с двумя переменными	Г	$x^2 - y^2 = c$	4	Уравнение разности квадратов	А	Б	В	Г					ПК-2 ПК-1
А	$ax + by = c$	1	Уравнение Пифагора																							
Б	$x^2 + y^2 = z^2$	2	Линейное диофантово уравнение																							
В	$x + y = z$	3	Уравнение с двумя переменными																							
Г	$x^2 - y^2 = c$	4	Уравнение разности квадратов																							
А	Б	В	Г																							
ЗАДАНИЯ КОМБИНИРОВАННОГО ТИПА С ВЫБОРОМ ОДНОГО ПРАВИЛЬНОГО ОТВЕТА																										
20	Выберите правильный ответ Какое из следующих утверждений верно для решения неопределенных уравнений с помощью сравнений? 1. Нужно найти все возможные значения переменной. 2. Нужно сравнить переменные и константы. 3. Решение должно быть единственным. 4. Можно использовать только натуральные числа.	ПК-2 ПК-1																								
21	Выберите правильный ответ Решением диофантова уравнения $2x^2 - 3y^2 = 5$ является 1. (1, 1) 2. (2, 1)	ПК-2 ПК-1																								

		3. (1, 2) 4. Нет целых решений	
22		Выберите правильный ответ. Решением диофантова уравнения $x^2 + 2y^2 = 11$ является 1. (1, 3) 2. (3, 1) 3. (2, 2) 4. Нет целых решений	ПК-2 ПК-1
23		Выберите правильный ответ. Какое из уравнений является неопределенным? ** 1. $x + 2 = 5$ 2. $2x + 3 = 7$ 3. $x^2 - 4x + 4 = 0$ 4. $ax + b = c$	ПК-2 ПК-1
24		Выберите правильный ответ. Какое из следующих утверждений верно для диофантовых уравнений? 1. Они имеют только одно решение. 2. Они могут иметь бесконечно много решений. 3. Они всегда имеют решение. 4. Они не могут иметь целочисленных решений	ПК-2 ПК-1
25		Выберите правильный ответ. Какое из следующих утверждений является верным для линейного диофантова уравнения 1. Оно всегда имеет единственное решение. 2. Оно имеет решение только в случае, если НОД(a, b) делит c. 3. Оно не имеет целых решений. 4. Решение всегда можно найти с помощью квадратного корня.	ПК-2 ПК-1
26		Выберите правильный ответ. Сколько целых решений имеет уравнение $x^2 + y^2 = 25$ 1. 4 2. 8 3. 12 4. 16	ПК-2 ПК-1
ЗАДАНИЯ КОМБИНИРОВАННОГО ТИПА С ВЫБОРОМ НЕСКОЛЬКИХ ПРАВИЛЬНЫХ ОТВЕТОВ			
27		Выберите правильные ответы. Какие из следующих методов являются методами решения диофантовых уравнений? 1. Метод Гаусса 2. Метод подбора 3. Метод остаточных классов 4. Метод Евклида	ПК-1 ПК-2
28		Выберите правильные ответы. Какие из следующих утверждений верны для уравнения Каталана 1. Уравнение имеет конечное число решений. 2. Уравнение имеет только одно решение. 3. Уравнение имеет бесконечно много решений. 4. Решения могут быть дробными.	ПК-2 ПК-1
29		Выберите правильные ответы. Какие из следующих приложений относятся к диофантовым уравнениям? 1. Криптография 2. Оптимизация 3. Теория чисел 4. Моделирование физических процессов	ПК-2 ПК-1

30		Выберите правильные ответы. Какое из следующих уравнений имеют целочисленные решения 1. $2x + 4y = 6$ 2. $x + y = 1$ 3. $3x + 6y = 7$ 4. $5x - 2y = 3$	ПК-2 ПК-1
31		Выберите правильные ответы. Какие из следующих утверждений верны для уравнения Пелля 1. Уравнение имеет бесконечно много решений. 2. Решения всегда являются целыми числами. 3. Уравнение имеет только одно решение. 4. Решения могут быть отрицательными.	ПК-2 ПК-1
32		Выберите правильные ответы. Какие из следующих уравнений не диофантовы 1. $2x + 3y = 7$ 2. $x^2 + y^2 = 1$ 3. $x + y = \sqrt{2}$ 4. $x^2 + 2y = 5.5$	ПК-2 ПК-1